

Chapitre III

STRUCTURE DE LA COMMANDE RST

III-1 INTRODUCTION

La diversité des structures de commande disponible aujourd'hui est essentiellement liée aux objectifs donnés par le cahier de charge d'une part et à la qualité du modèle que l'on a du procédé d'autre part.

Ces structures doivent respecter les objectifs suivants :

- Stabilité de la boucle.
- Rejet des perturbations.
- Suivi d'une consigne.

Parmi ces structures, notre choix s'est porté sur la structure RST. Cette dernière présente l'avantage de sa facilité de mise en œuvre puisqu'elle repose sur un principe formel de manipulation de polynômes, permettant de déboucher sur des fonctions de transferts faciles à traiter, ainsi les objectifs cités ci-dessus sont directement pris en compte par la spécification des pôles désirés de la boucle fermée et de certaines parties fixes du régulateur (polynômes R, S et T) pour le rejet des perturbations et le suivi de la consigne.

Dans ce chapitre on présentera premièrement une étude détaillé sur la structure RST dans la quelle les objectifs de poursuite et de régulation seront expliqués à travers des contraintes sur les polynômes R, S et T dont le calcul passe par la résolution d'une équation de Bezout, deuxièmement l'application de cette structure ou réglage de la vitesse du moteur asynchrone.

III-2 STRUCTURE DU REGULATEUR RST

La structure de la commande s'appuie sur la structure formelle suivante :

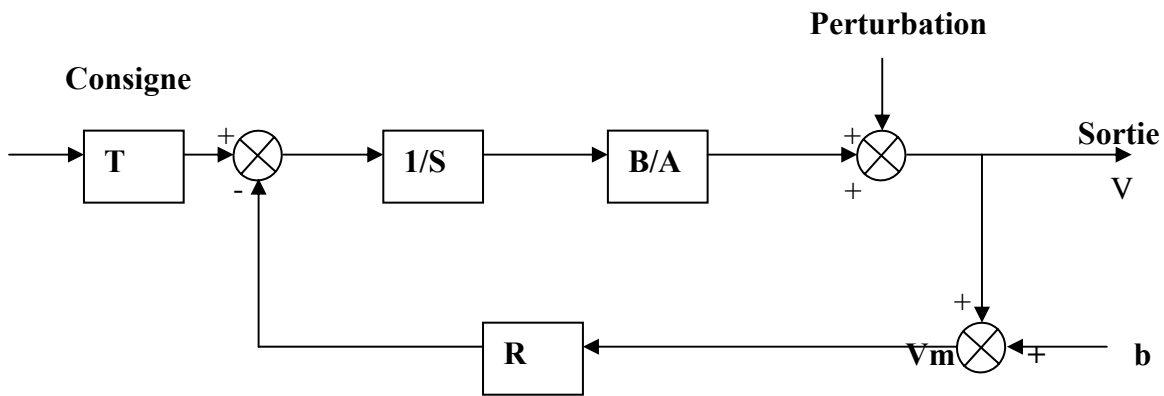


Fig. III-1 Structure RST

Où A, B, R, S et T sont des polynômes de la variable « s » pour les systèmes continus ou « z » pour le cas des systèmes discrets.

On parle ici de structure formelle car on ne peut pas réaliser les transferts tels que T et R sont des polynômes et donc des fonctions de transferts impropres, ainsi le signal d'erreur n'apparaît pas ici explicitement. On supposera que les fonctions rationnelles $\frac{R}{S}$ et $\frac{T}{S}$ sont propres, c'est-à-dire que le procédé est décrit par la fonction de transfert suivante :

$$G = \frac{B}{A} \quad (III-1)$$

La sortie vérifie l'équation différentielle :

$$y = \frac{B}{A}U + d \quad (III-2)$$

On suppose que A et B sont des polynômes à coefficient réels ($d^\circ(B) \leq d^\circ(A) = n$) et d une perturbation.

L'objectif de réglage consiste à annuler l'erreur de poursuite :

$$e = c - y \quad (III-3)$$

En réalité, la sortie y est mesurée par un capteur. Elle est entachée d'un bruit de mesure b on a donc :

$$y_m = y + b \quad (\text{III-4})$$

En réalité, dans la structure représentée par la figure « **fig.III-1** », T désigne une fonction rationnelle (T_N et D_T). En effet, ceci représente une deuxième configuration de la structure RST et ne change en rien les calculs de la détermination du régulateur considéré. Ceci peut être vu comme un pré compensateur introduit en vue d'un adoucissement de la commande.

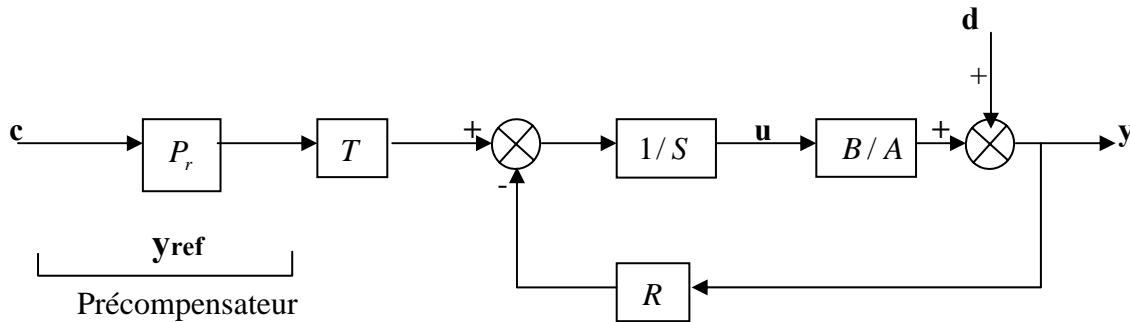


Fig. III-2 Structure RST avec modèle de référence Pr.

III-3 EQUATION DE LA BOUCLE FERMEE

Etant donné un procédé définie par sa fonction de transfert, pour réaliser la synthèse d'un compensateur afin de rendre la sortie y la plus proche possible d'une référence donnée pour une certaine classe de consignes c et de perturbation d , deux questions se posent alors :

- Comment choisir le modèle de référence.
- Si l'on sait répondre à la première question, comment déterminer les polynômes R , S et T ?

D'après (III-2), (III-3), (III-4) on a :

$$\begin{aligned}
 S.U &= -R.Y_m + T.C \\
 &= -R.(y + b) + T.C \\
 \Rightarrow T.C &= S.\left(\frac{A.y - A.d}{B}\right) + R.(y + B) \\
 B.T.C &= (A.S + B.R).y + R.Bb - A.S.d \\
 \Rightarrow y &= \frac{B.T}{(A.S + B.R)}.C + \frac{R.B}{(A.S + B.R)}.b - \frac{A.S}{(A.S + B.R)}.d
 \end{aligned} \quad (\text{III-5})$$

Soit $A.S + B.R$, le polynôme caractéristique de la boucle fermée.

III-4 RESOLUTION DE L'EQUATION DE BEZOUT

Conformément à la figure (III-1) et en l'absence de bruit de mesure, on rappelle l'équation en boucle fermée donnant les transferts en poursuite et en régulation :

$$y = \frac{B.T}{A.S + B.R} .c + \frac{A.S}{A.S + B.R} d \quad (III-6)$$

Le principe de placement des pôles consiste à spécifier le comportement $D(S)$ de la boucle fermée, c'est à-dire calculer les polynômes R et S tels que :

$$A.S + B.R = D \quad (III-7)$$

On suppose pour clarifier les expressions suivantes que :

- La consigne c et la perturbation d sont constante.
- Le rejet de la perturbation d est assuré si et seulement si $S(0) = 0$ ou de façon équivalente :

$$S(s) = s . \tilde{S}(s) \quad (III-8)$$

- le gain statique du transfert consigne-sortie est égal à 1 si et seulement si

$$T(0) = R(0) \quad (III-9)$$

On peut remarquer que le polynôme T intervient dans le transfert consigne-sortie. Il permet de spécifier le comportement du transfert en poursuite :

$$\frac{y}{c} = \frac{B.T}{D}$$

En d'autres termes, T peut contenir une partie de la dynamique D , à cette condition, il est utile de remarquer aussi que le transfert $\frac{T(s)}{R(s)}$ doit être propre.

La fonction de transfert $\frac{A}{B}$ du processus étant propre ; le régulateur $\frac{R}{S}$ l'est également.

$$d^\circ(A.S + B.R) = d^\circ(D) = d^\circ(A.S) = d^\circ(A) + d^\circ(S) \quad (III-10)$$

La détermination des polynômes R et S passe par la résolution du système linéaire (III-7), où les inconnues sont les coefficients des puissances en s de ces polynômes. Le choix du degré de R et S se fait en général par rapport au régulateur retenu, propre ou strictement propre [20] :

- Pour un régulateur propre : $d^\circ(R) = d^\circ(S)$

$$d^\circ(R) = d^\circ(A)$$

$$d^\circ(D) = 2.d^\circ(A)$$

- Pour un régulateur strictement propre : $d^\circ(S) = d^\circ(R) + 1$

$$d^\circ(S) = d^\circ(A)$$

$$d^\circ(D) = 2.d^\circ(A) + 1$$

Selon le choix d'un régulateur propre ou strictement propre, on peut aboutir à l'équation de Bezout. Pour un régulateur strictement propre et avec les notions suivantes :

$$A(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n$$

$$B(s) = s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_n$$

$$R(s) = r_0 s^n + r_1 s^{n-1} + \dots + r_n$$

(III-11)

$$S(s) = s_0 s^{n+1} + s_1 s^n + \dots + s_n s$$

$$D(s) = d_0 s^{2n+1} + d_1 s^{2n} + \dots + d_{2n+1}$$

On aboutit au système linéaire suivant dit système de Sylvester :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & . & . & . & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ a_1 & 1 & . & . & . & . & 0 & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & b_1 & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & 0 & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ a_n & . & . & . & . & 1 & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . & a_1 & b_n & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & 0 & . & . & . & b_1 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & a_n & . & 0 & . & . & . \\ 0 & . & . & . & . & 0 & 0 & . & . & 0 & b_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ . \\ . \\ . \\ s_n \\ r_0 \\ . \\ . \\ . \\ r_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ . \\ . \\ . \\ d_n \\ d_{n+1} \\ . \\ . \\ . \\ d_{2n+1} \end{bmatrix} \quad (III-12)$$

Ce système possède une solution unique

III-5 EQUATION DE LA BOUCLE FERMEE AVEC FILTRAGE

La structure RST est une procédure qui permet de se placer parmi les méthodes de placement des pôles. Cette structure permet la spécification des pôles de la boucle fermée pour le rejet des perturbations et le suivi de la consigne.

Cependant, on note que le numérateur de la fonction de transfert consigne sortie n'est pas libre, elle dépend :

- du numérateur $A(s)$ du procédé à contrôler.
- Du polynôme $T(s)$ (jusqu'ici considéré comme scalaire).

Par ailleurs un choix judicieux du polynôme $T(s)$ peut affecter le transfert en poursuite, quand au transfert sortie perturbation, il dépend du polynôme $S(s)$ solution de l'équation de Bezout.

Donc toute contrainte sur le rejet de perturbation constitue une partie fixée à priori dans ce Polynôme, la partie complémentaire est déterminée par la résolution de l'équation de placement de pôles.

Les propriétés de performance nominal et de stabilité robuste vont dépendre des spécifications des polynômes R , S et T , il faut donc disposer d'un outil pour le choix de la dynamique en boucle fermée permettant de répondre à ce problème, une dynamique très rapide n'implique pas forcément une bonne robustesse. Pour cela, mettons le polynôme caractéristique sous la forme : [18]

$$D(s) = P(s).F(s) \quad (III-13)$$

Où:

$P(s)$ et $F(s)$ sont des polynômes spécifiant respectivement la dynamique de poursuite et la dynamique de filtrage. Le polynôme $T(s)$ est alors de la forme suivante :

$$T(s) = \frac{R(0)}{F(0)} F(s) \quad (III-14)$$

Et l'équation donnant les transferts et en régulation devient dans ce cas :

$$\begin{aligned} y &= \frac{B(s).T(s)}{P(s).F(s)}.c + \frac{A(s).S(s)}{P(s).F(s)}.d \\ &= \frac{B(s).R(0)}{P(s).F(0)}.c + \frac{A(s).S(s)}{P(s).F(s)}.d \end{aligned} \quad (III-15)$$

Ceci permet de spécifier indépendamment les dynamiques de poursuite et de régulation et donc de séparer les modes de commandes et modes de filtrage.

III-6 STRATEGIE DE PLACEMENT DE POLES ROBUSTE

Pour appréhender explicitement la notion de robustesse, il faut se limiter particulièrement à un seul paramètre parmi tous les autres indicateurs de robustesse : c'est la marge de module ΔM , parce qu'il est le plus significatif. [19]

La marge de module ΔM est définie comme étant l'éloignement minimal du lieu de Nyquist par rapport au point critique, elle définit la marge de stabilité vis-à-vis des incertitudes sur le modèle du procédé.

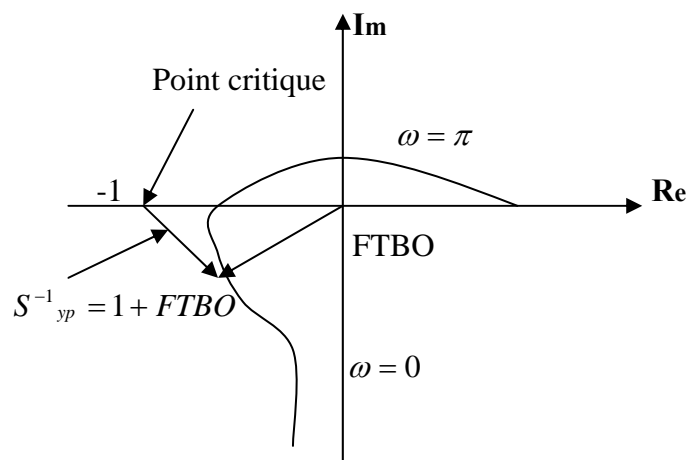


Fig. III-3 Lieu de Nyquist d'une fonction de transfert.

Le vecteur reliant l'origine à un point de la courbe correspond à la fonction de transfert en boucle ouverte. Il en résulte que le vecteur reliant le point critique à un point de cette courbe correspond à l'inverse de la fonction de sensibilité sortie-perturbation.

La distance minimale du point critique à la courbe correspond à la marge de module.

$$\Delta M_{\min} = |1 + FTBO|_{\max} = |S_{yd}|_{\min} \quad (\text{III-16})$$

En d'autre terme maximiser la marge de module (rendre le système robuste) revient à minimiser le maximum du module de la fonction de sensibilité. [20]

Pour placer les pôles, on se base sur la règle valable pour les systèmes stables ou à la limite de stabilité en boucle ouverte. La stabilité d'une commande ou d'un filtre seront proches des modes naturels du système en boucle ouverte, elle peut être utilisée comme base d'une stratégie pour le placement systématique.

Il s'agit de réaliser un compromis avec les performances qui exigent des modes stables et suffisamment rapides et bien amortis.

On se donne deux paramètres de synthèse de haut niveau :

- * Une dynamique de commande.
- * Une dynamique de filtrage

On déduit alors les pôles de commande (c.à.d les zéros de $P(s)$) à partir des pôles en boucle ouverte en effectuant dans l'ordre les opérations suivantes :

1. les zéros instables de $A(s)$ sont remplacés par leur symétrique par rapport à l'axe imaginaire.
2. les zéros très lents (inférieur en module par rapport à la dynamique de commande) sont ramenés sur une verticale.
3. les zéros trop complexes peu amortis sont ramenés à l'amortissement spécifié.
4. les zéros restant demeurent inchangés.

On reconstitue alors $P(s)$ à partir de nouveaux zéros obtenus. Les $n-1$ zéros de $F(s)$ se déduisent de ceux de $s. A(s)$, à partir de la dynamique de filtrage, selon la même procédure que pour $P(s)$.

III-7 APPLICATION A LA REGULATION DE LA VITESSE DE LA MACHINE

Dans une régulation polynomiale, avec un régulateur RST appliquée sur la vitesse, et en considérant le couple de charge comme perturbation, le schéma bloc simplifié du système de contrôle est représenté par la figure « **fig. III-4** » :

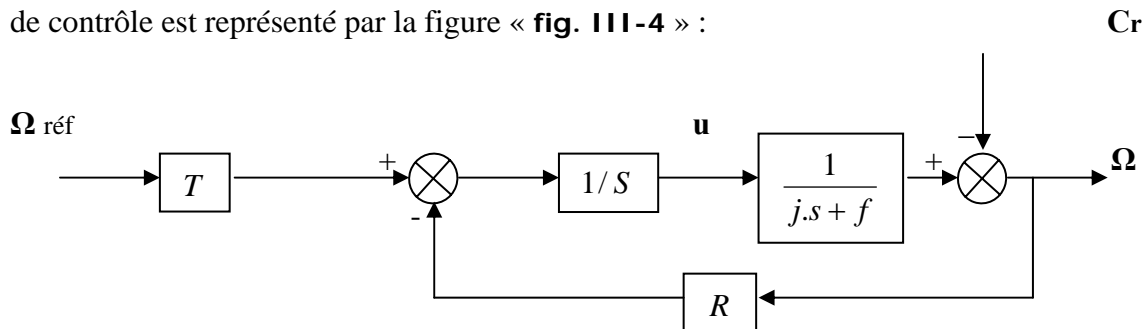


Fig. III-4 schéma bloc de régulation de vitesse de la MAS

La fonction de transfert de système à régulé est :

$$G = \frac{1}{j.s + f}$$

$$d^{\circ}(S) = d^{\circ}(R) + 1 = 2$$

Le polynôme T pour notre cas est fixé à une constante

$$d^{\circ}(S) = d^{\circ}(R) + 1 = 3$$

On aura :

$$R(s) = r_0 s + r_1$$

$$S(s) = s_0 s^2 + s_1 s$$

$$D(s) = d_0 s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + d_3$$

On choisira la dynamique en boucle fermée suivante :

$$D(s) = (s + 0.0296)(s + 0.0592)(s + 0.1184)$$

L'équation de Bezout est à quatre équations avec quatre inconnues ou le coefficient de polynôme D est lié au coefficient des polynômes R et S per la matrice de Sylvester :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & a_1 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ r_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

Ce qui nous amène au régulateur suivant :

$$R(s) = 6.637.s + 1.1237$$

$$S(s) = 0.9938.s^2 + 0.2078.s$$

$$T(0) = R(0) = 1.1237$$

III-8 RESULTATS DE SIMULATION

☞ Essai en charge nominale après un démarrage à vide :

Dans cet essai, et après un démarrage à vide, on a fait subir la machine à une charge nominale. D'après la figure «**fig.III-5**», on remarque que l'orientation du flux est parfaitement réalisée, le rejet de la perturbation est aussi bien réalisé avec un retour à la consigne de vitesse ce qui présente l'avantage de l'introduction d'un intégrateur dans la loi de commutation. Ainsi, il apparaît le broutement pour la réponse en couple, cela est dû à la nature du réglage par RST.

☞ Essai d'inversion du sens de rotation :

La figure «**fig.III-6**» illustre les courbes pour l'inversion du sens de rotation. On remarque que la vitesse suit sa référence sans dépassements.

Les allures des grandeurs, couple électromagnétique et courant statorique présentent des pics lors de l'inversion de la vitesse avant de se stabiliser à leurs valeurs désirées, aussi on constate que le flux rotorique suit parfaitement la référence sans erreur statique.

☞ Essai de variation de la résistance rotorique :

La robustesse de technique de commande par RST aux dérives paramétriques est mise en relief par la variation de la résistance rotorique.

On remarque que le flux, le courant statorique et la vitesse ne changent pas et il n'y a aucune influence sur le comportement de la machine.

On constate aussi l'importance de cette commande sur le maintien de la constante du flux ce qui confirme la robustesse de la commande par RST en présence des variations paramétriques, «**Fig.III-7**».

☞ Essai de variation de la charge :

La figure « **fig.III-8** » illustre les courbes pour la variation de la charge. On remarque que l'allure de courant I_{sq} présente une diminution sur leur valeur désirée lors de variation de la charge, et le courant I_{sd} suit parfaitement la référence sans erreur statique.

On remarque que le flux et la vitesse ne changent pas, et l'allure du couple suit leur référence sans dépassement.

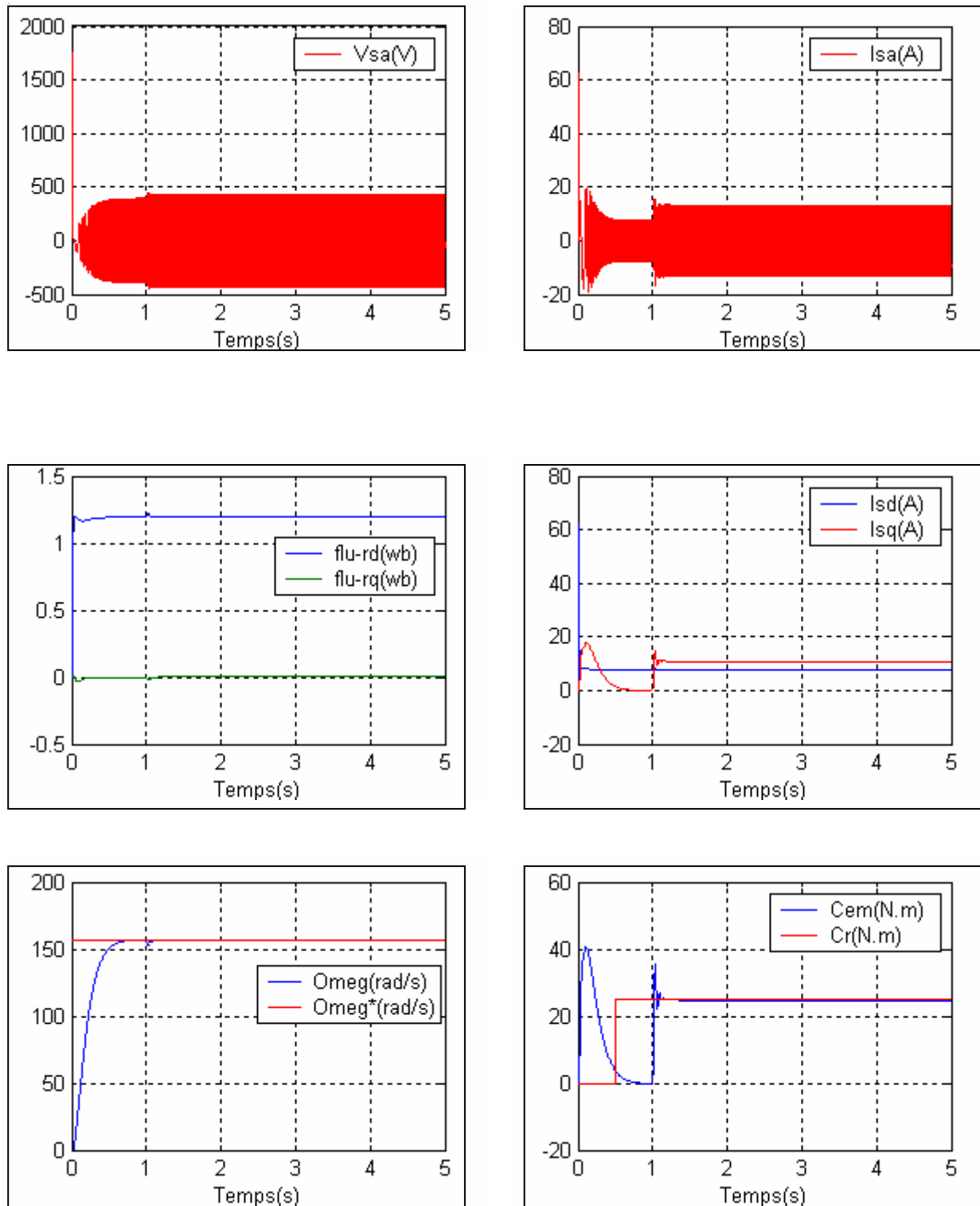


Fig. III-5 Résultats de simulation de la M.AS pour un fonctionnement en charge après un démarrage à vide.

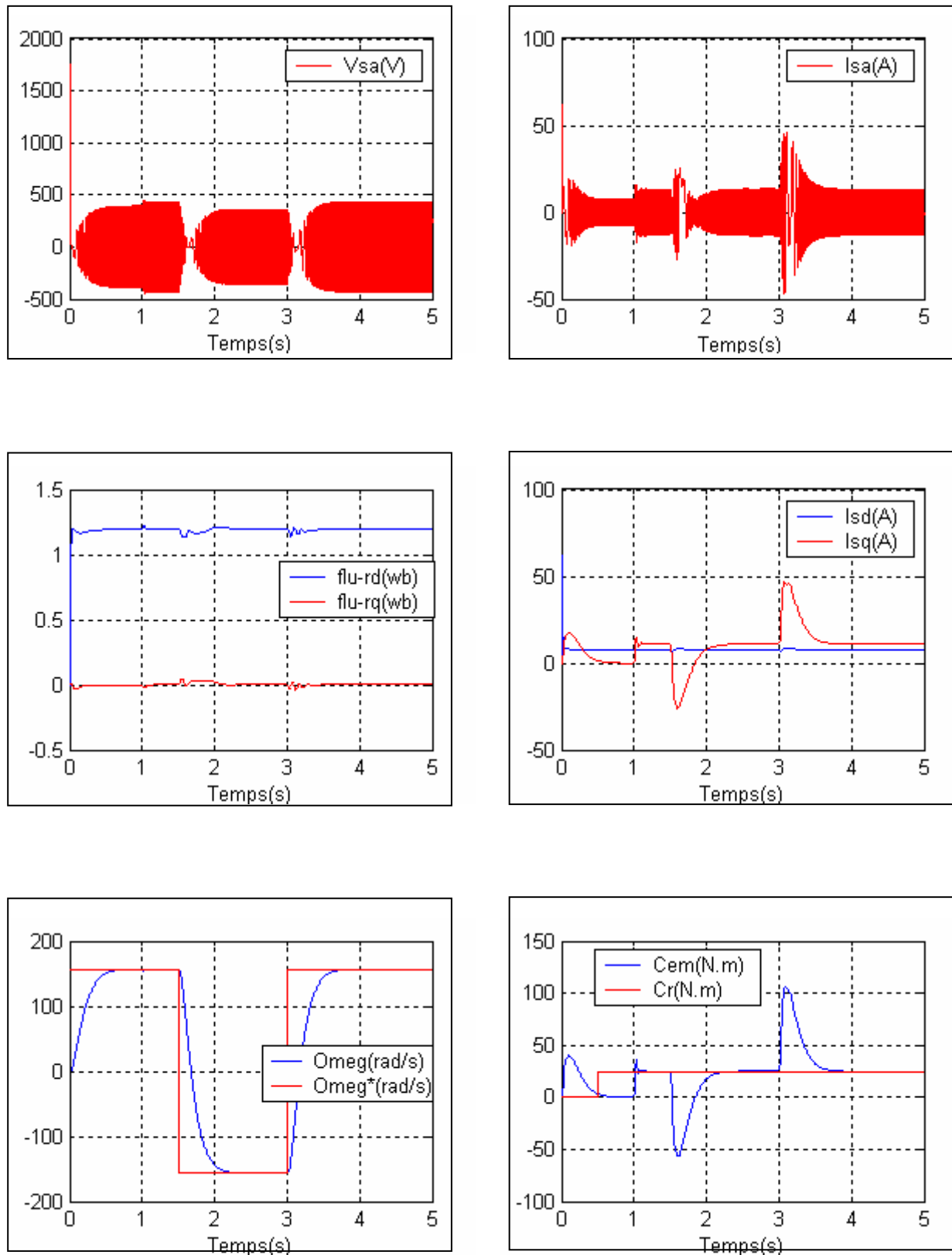


Fig. III-6 Résultats de simulation lors de l'inversion de sens de rotation.

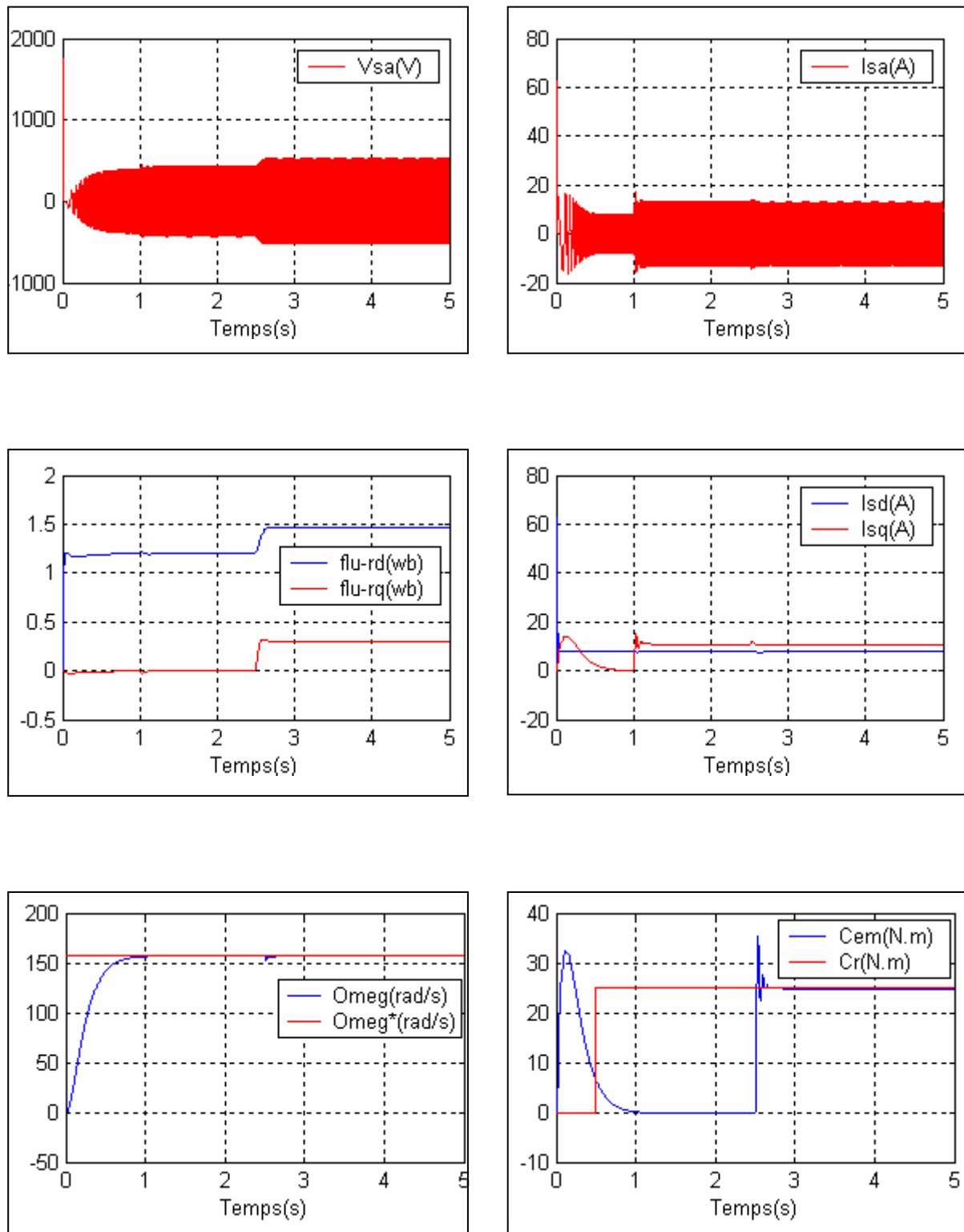


Fig. III-7 Résultats de simulation lors de la variation de la résistance rotorique (+50%).

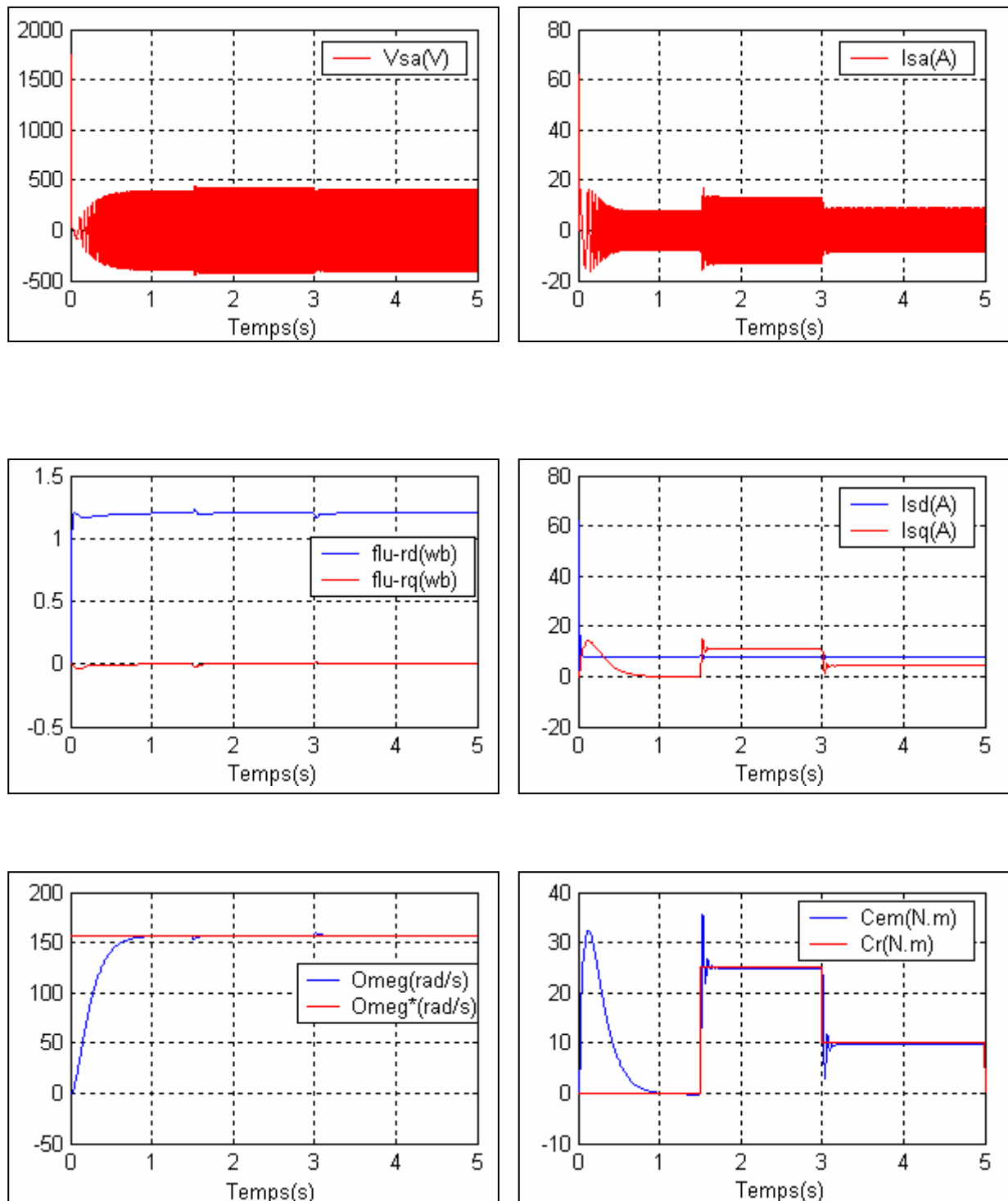


Fig. III-8 Résultats de simulation lors de la variation de la charge.

III-9 CONCLUSION

On a présenté dans ce chapitre l'étude et l'application d'une structure de régulation RST. Cette dernière présente l'avantage de la mise en œuvre très simple puisqu'elle repose sur un principe formel de manipulation de polynômes permettant de déboucher sur des fonctions de transfert faciles à traiter. Cette manipulation à permet de répondre aux objectifs espérés d'une commande notamment la stabilité, le rejet de la perturbation et le suivi de la consigne.

Les figures de simulation illustrent la comparaison de la variation de la vitesse avec le contrôle vectoriel et la commande par RST. Il vient que la réponse du système en RST est nettement meilleur.